

# K BAĞIMSIZ ÖRNEKLEM HİPOTEZ TESTLERİ

Yrd.Doç.Dr. Selçuk Korkmaz  
Trakya Üniversitesi  
Tıp Fakültesi  
Biyostatistik Anabilim Dalı

Turcosa Analitik Çözümler

selcukorkmaz@gmail.com



TÜRKİYE EKMUD  
BİYOİSTATİSTİK AKADEMİSİ  
17-18 ŞUBAT 2018

# AMAÇ

- 2'den fazla bağımsız örneklem olduğu durumda kullanılacak hipotez testlerini tanıtmak, teorik bilgi vermek, pratik uygulamalarla hipotez testlerinin kullanımlarını pekiştirmektir.

# HEDEF

Bu oturumun sonunda katılımcılar 2'den fazla bağımsız örneklem olduğu durumda ;

- kullanılacak olan hipotez testlerine ilişkin varsayımları bilebileceklerdir,
- Uygun hipotez testini seçebileceklerdir,
- Hipotez testi sonucunu yorumlayıp, raporlayabileceklerdir

# HİPOTEZ TESTLERİ

## İki Bağımsız Örneklem Hipotez Testleri

1. TekYönlü Varyans Analizi

2. Kruskal-Wallis Testi

3. rxc Ki-Kare Testi



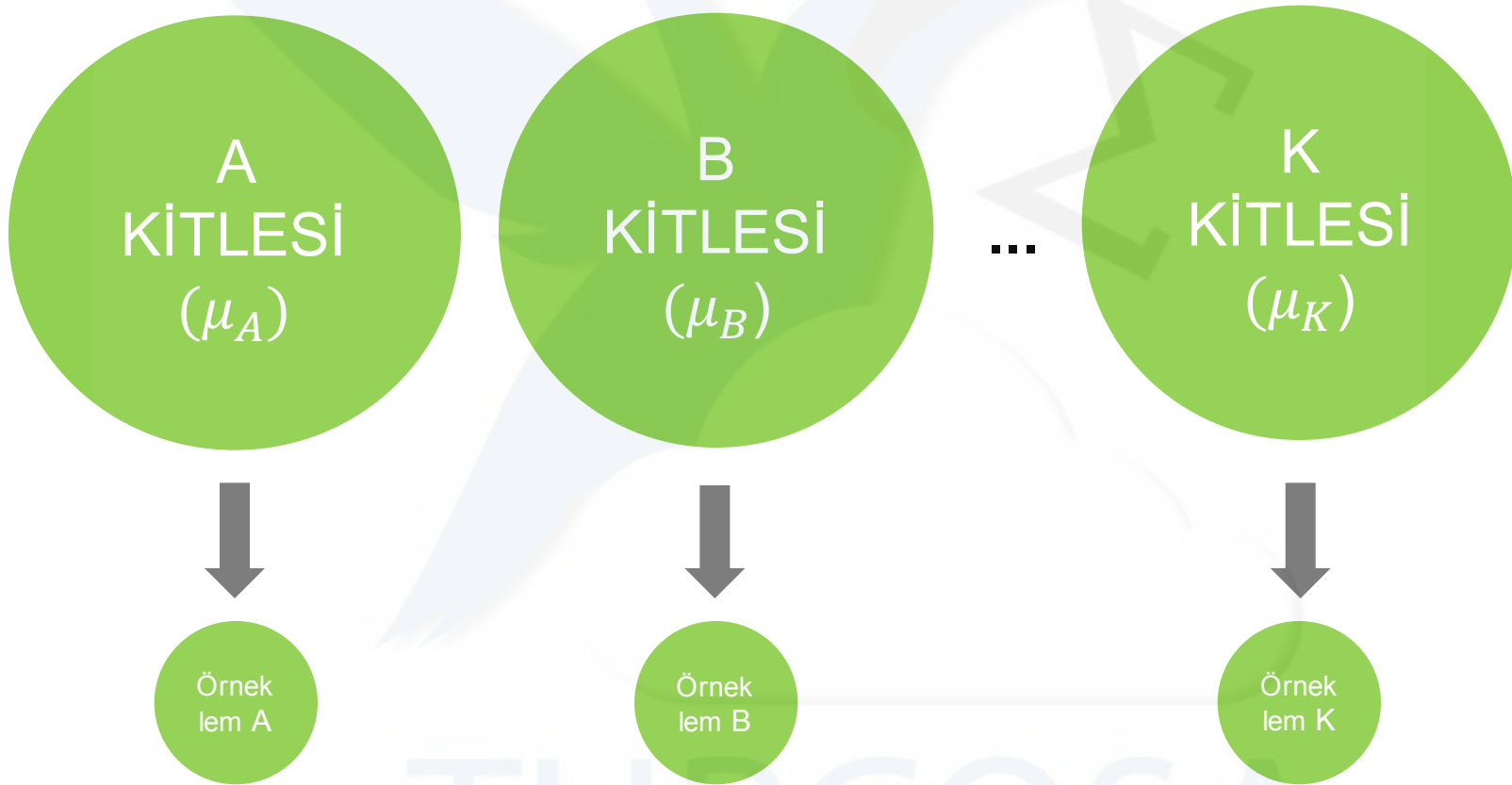
Nicel



Nitel

TURCOSA

# NİCEL DEĞİŞKENLER İÇİN K BAĞIMSIZ ÖRNEKLEM TESTLERİ



$$H_0: \mu_A = \mu_B = \dots = \mu_K$$

$H_1$  :En az bir grup ortalaması diğerlerinden farklıdır.

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

## Varsayımlar

- $k > 2$  örneklem ilgili kitlelerden **rastgele seçilmiş** ve **bağımsız** olmalıdır.
- İlgili değişken **nicel** değişken olmalıdır.
- İlgili değişken tüm alt gruplarda **normal** dağılıma uymalıdır.
- Grup varyansları **homojen** olmalıdır.
- Bilinmeyen  $k$  adet kitle ortalaması arasında anlamlı bir **fark olup olmadığı** test edilir.

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

Bir araştırmacı üç farklı hastalık grubu arasında Trigliserid düzeyi açısından anlamlı bir farklılık olup olmadığını araştırmak için birinci grupta 16, ikinci grupta 14 ve üçüncü grupta 27 kişi olmak üzere rastgele 57 kişilik bir örneklem oluşturmuştur. **Acaba bu üç hastalık grubu arasında Trigliserid düzeyleri açısından anlamlı bir farklılık var mıdır?**

Grup	Trigliserid
Sirasız	Oransal
Grup III	113.1327
Grup III	125.5318
Grup III	119.0277
Grup III	120.5206
Grup I	158.584
Grup III	122.2551
Grup III	104.8134
Grup III	106.1025
Grup III	119.6963
Grup III	119.8453
Grup III	129.0123
Grup II	140.2212
Grup III	121.0595
Grup III	117.8743
Grup III	97.4934
Grup III	117.8636
Grup II	160.3717
Grup II	145.6366
Grup I	146.7674

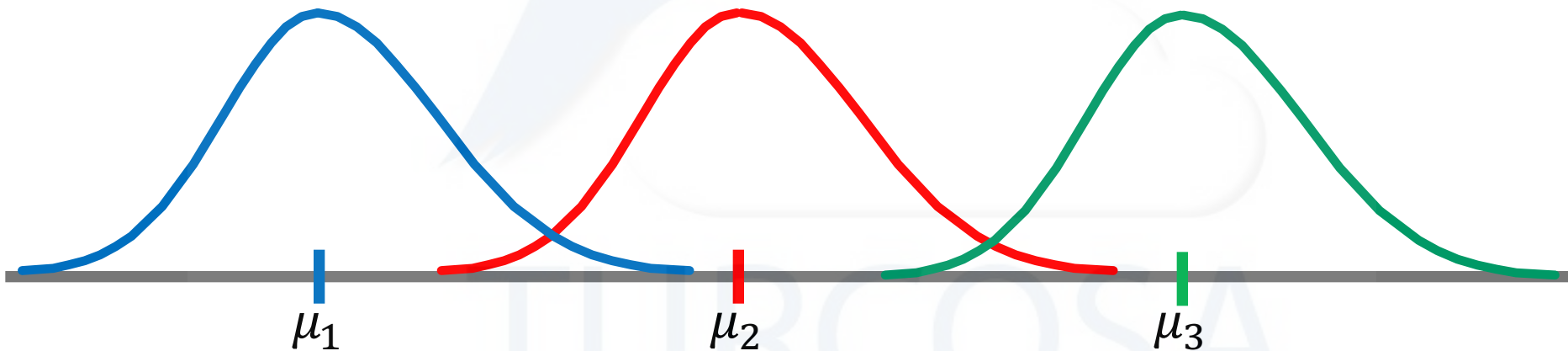
# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

H0: Hastalık gruplar arasında Trigliserid düzeyleri açısından anlamlı bir farklılık yoktur ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ).

H1: En az bir grubun Trigliserid düzeyi diğerlerinden farklıdır.

$$\alpha = 0.05$$

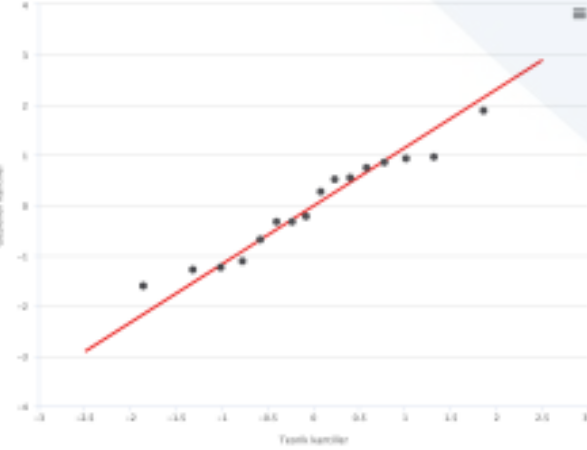
$$\text{t-testi kullanılsaydı: Tip 1 hata} = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.14$$



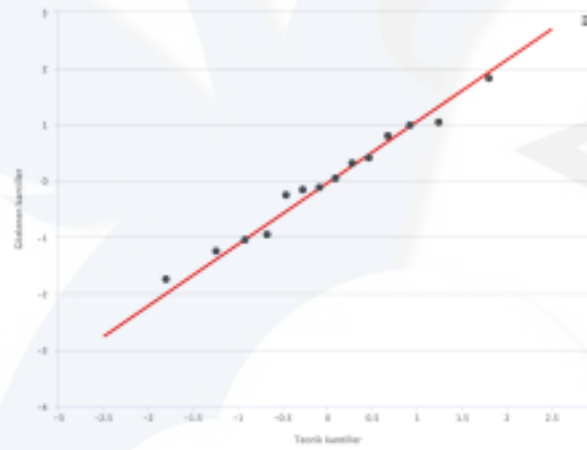
**Tek yönlü varyans analizi**

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

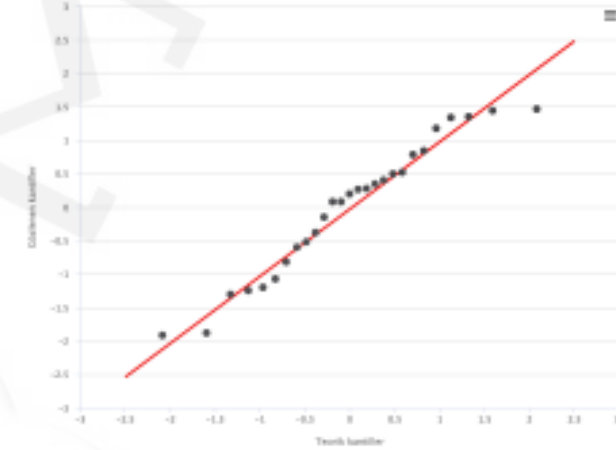
Grup I



Grup II



Grup III



**$p > 0.05$ . Gruplar normal dağılıyor.**

Tip

Shapiro-Wilk

Göster

Normallik

Copy CSV Excel PDF Print

Grup	Test ist.	p değeri	Normallik
Grup I	0.956	0.5936	EVET
Grup II	0.980	0.9761	EVET
Grup III	0.953	0.2576	EVET



# TURCOSA → TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

Değişkenler

Yanıt değişken(ler)i

Tıp(s)id

Grup değişken(ler)i

Grup

↑ Yardım Sil Sıfırla Çalıştır

İstatistikler Grafikler Seçenekler

Shapiro-Wilk normallik testi

Levene varyans homojenliği testi

Welch testi

Çoklu Karşılaştırmalar

Tukey HSD

Fisher LSD

Bonferroni

Scheffe

S-N-K

Dunnett

TURCOSA

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

Varyans homojenliğini kontrol edelim.

H0: Grup varyansları homojendir ( $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$ )

H1: En az bir grubun varyansı diğerlerinden farklıdır.

Levene Homojenlik Testi

Göster

Homojenlik

Copy CSV Excel PDF Print

Değişken	Test ist.	p değeri	Homojenlik
Trigliserid	0.393	0.6770	EVET

$p > 0.05$

H0 red.

**Grup varyansları homojendir.**

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

## Varyans Analiz Tablosu

Değişkenlik Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik derecesi	Kareler Ortalaması	F
Gruplar Arası	<b>GAKT</b>	<b>k-1</b>	<b>GAKO</b>	<b>F-değeri</b>
Grup İçi	<b>GİKT</b>	<b>n-k</b>	<b>GİKO</b>	
Toplam	<b>Toplam KT</b>	<b>n-1</b>		

$$GAKT = \sum_j n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

$$GAKO = \frac{GAKT}{k-1}$$

$$F_{hesap} = \frac{GAKO}{GİKO}$$

$$GİKT = \sum_j \sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$GİKO = \frac{GİKT}{n-k}$$

$$F_{tablo}(\alpha = 0.05, k-1, n-k)$$

$$Toplam\ KT = \sum_j \sum_i (x_{ij} - \bar{x})^2 = GAKT + GİKT$$

$$F_{hesap} > F_{tablo}$$

$$p < \alpha \longrightarrow$$

H0 red

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

Kaynak	s.d.	Kareler toplamı	Kareler ortalaması	F değeri	p değeri
Gruplar arası	2	20131.327	10065.664	89.301	< 0.001
Grup içi	54	6086.691	112.716	NA	NA

Tip: Anova Göster: Testler

Copy CSV Excel PDF Print

Trigliserid ortalamaları açısından Grup kategorileri arasında istatistiksel anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. Bu anlamlılık Grup II-Grup I,Grup III-Grup I,Grup III-Grup II arasındaki farklılıklardan kaynaklanmaktadır (Tukey HSD Testi).

$p < 0.001$ .  $H_0$  red. En az bir grup diğerlerinden farklı.

Farklılık hangi grup veya gruplardan kaynaklanmaktadır?



Çoklu Karşılaştırma Testleri (Post-Hoc Testler)

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

Tip

Tukey HSD

Göster

Çoklu karşıla

Copy CSV Excel PDF Print

Karşılaştırma	Fark	p değeri	Alt limit	Üst limit
Grup II-Grup I	-19.623	<0.0001	-28.987	-10.260
Grup III-Grup I	-44.005	<0.0001	-52.077	-35.932
Grup III-Grup II	-24.381	<0.0001	-32.808	-15.955

Tüm gruplar birbirinden anlamlı derecede farklı

TURCOSA

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)

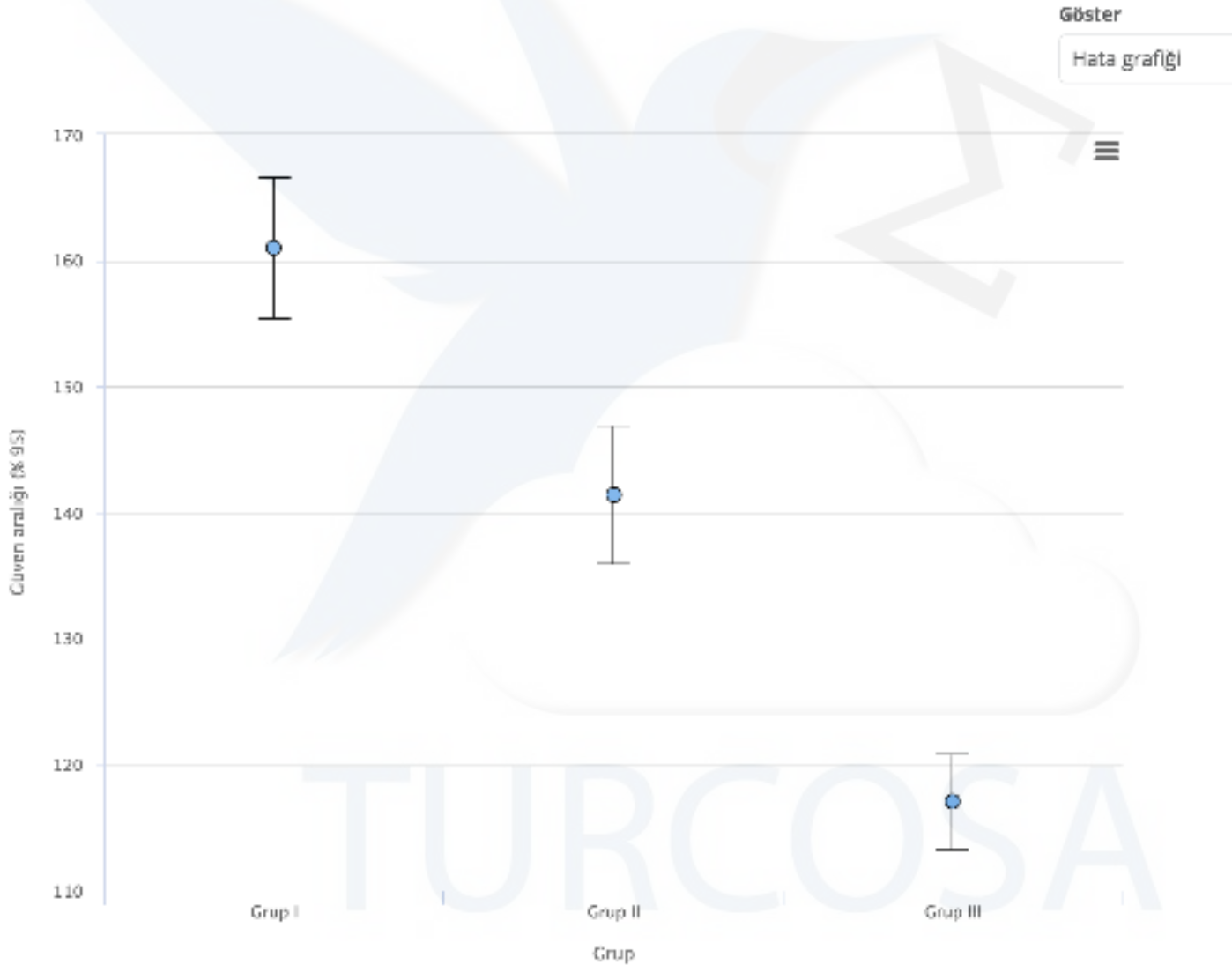
Tanımlayıcı istatistikler. Ortalama  $\pm$  Standart Sapma

Grup	n	Ortalama	S.Sapma	S.Hata	Alt limit	Üst limit
Grup I	16	160.999	11.509	2.877	155.359	166.638
Grup II	14	141.376	10.372	2.772	135.943	146.809
Grup III	27	116.994	10.193	1.962	113.150	120.839

Yapılan tek yönlü varyans analizi sonucunda üç hastalık grubu arasında trigliserid ortalaması açısından anlamlı fark bulunmuştur ( $p < 0.001$ ).

Yapılan Tukey post-hoc testi sonucunda ise tüm grupların birbirinden anlamlı derecede farklı olduğu belirlenmiştir ( $p < 0.001$ ). Grup I trigliserid düzeyi en yüksek olan grup iken, Grup III'ün trigliserid düzeyi en düşük bulunmuştur.

# 1. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ (ANOVA)



## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

### Varsayımlar

- $k > 2$  örneklem ilgili kitlelerden **rastgele seçilmiş** ve **bağımsız** olmalıdır.
- İlgili değişken **nicel veya sıralı nitelik** değişken olmalıdır.
- İlgili değişken en az bir alt grupta **normal** dağılıma uymadığında tek yönlü varyans analizi yerine kullanılabilen en güçlü alternatiftir.

TURCOSA



## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

**ÖRNEK:** Bir araştırmacı üç farklı antibiyotiğin E. Coli bakterisi üzerindeki etkinliğini değerlendirmek istemektedir. Bu amaçla her grupta 10 gözlem olmak üzere 30 gözlemlilik bir örneklem üzerinde çalışmıştır. **İlaçların E. Coli bakterisi üzerindeki etkinlikler arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?**

Gözlem No	A ilacı	Gözlem No	B ilacı	Gözlem No	C ilacı
1	43	11	32.84	21	32.39
2	27	12	36.03	22	29.37
3	39.9	13	25.24	23	34.24
4	38.7	14	36.18	24	35.62
5	38.6	15	30.09	25	28.29
6	37.35	16	31.47	26	35.82
7	40	17	35.97	27	37.34
8	39.59	18	28.34	28	26.26
9	40	19	29.73	29	32.06
10	41	20	33.05	30	31.61

H0: İlaçların etkinlikleri arasında fark yoktur.

H1: İlaçların etkinlikleri arasında fark vardır.

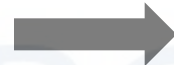
## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

$$\alpha = 0.05$$

Tests of Normality						
grup_10	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
1.00	.308	10	.008	.702	10	.001
2.00	.168	10	.200*	.935	10	.496
3.00	.124	10	.200*	.967	10	.858

\*. This is a lower bound of the true significance.  
a. Lilliefors Significance Correction

En az bir grup normal dağılmıyor



Kruskal-Wallis Testi

## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

Gözlem No	Grup	Miktar	Rank
1	1	43	30
2	1	27	3
3	1	39.9	26
4	1	38.7	24
5	1	38.6	23
6	1	37.35	22
7	1	40	27.5
8	1	39.59	25
9	1	40	27.5
10	1	41	29
11	2	32.84	13
12	2	36.03	19
13	2	25.24	1
14	2	36.18	20
15	2	30.09	8
16	2	31.47	9
17	2	35.97	18
18	2	28.34	5
19	2	29.73	7
20	2	33.05	14
21	3	32.39	12
22	3	29.37	6
23	3	34.24	15
24	3	35.62	16
25	3	28.29	4
26	3	35.82	17
27	3	37.34	21
28	3	26.26	2
29	3	32.06	11
30	3	31.61	10

$$R_1 = 237$$

$$R_2 = 114$$

$$R_3 = 114$$

## 2. KRUSKAL-WALLIS TESTİ

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \left( \sum_i \frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{30(30+1)} \left( \frac{237^2}{10} + \frac{114^2}{10} + \frac{114^2}{10} \right) - 3(30+1) = 13.01$$

$$sd = 3-1 = 2$$

$$\alpha = 0.05$$

$$X_{hesap}^2 = 5.99$$

$$H = 13.01 > X_{hesap}^2 = 5.99$$

$p < 0.05$ .  $H_0$  red

$r$	$P(X \leq x)$							
	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990
$r$	$\chi_{0.99}^2(r)$	$\chi_{0.975}^2(r)$	$\chi_{0.95}^2(r)$	$\chi_{0.90}^2(r)$	$\chi_{0.10}^2(r)$	$\chi_{0.05}^2(r)$	$\chi_{0.025}^2(r)$	$\chi_{0.01}^2(r)$
1	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.34
4	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28
5	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.07	12.83	15.09
6	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.646	2.180	2.733	3.490	13.36	15.51	17.54	20.09
9	2.088	2.700	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.558	3.247	3.940	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21

## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

$\chi^2(13.17, 2, 0) = 0.001$ .

$H_0$  red. İlaçların etkinlikleri arasında anlamlı farklılık var.

Farklılık hangi grup veya gruplardan kaynaklanıyor → Post-Hoc testler

Sample 1-Sample 2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
B ilacı-C ilacı	.000	3.937	.000	1.000	1.000
B ilacı-A ilacı	12.300	3.937	3.125	.002	.005
C ilacı-A ilacı	12.300	3.937	3.125	.002	.005

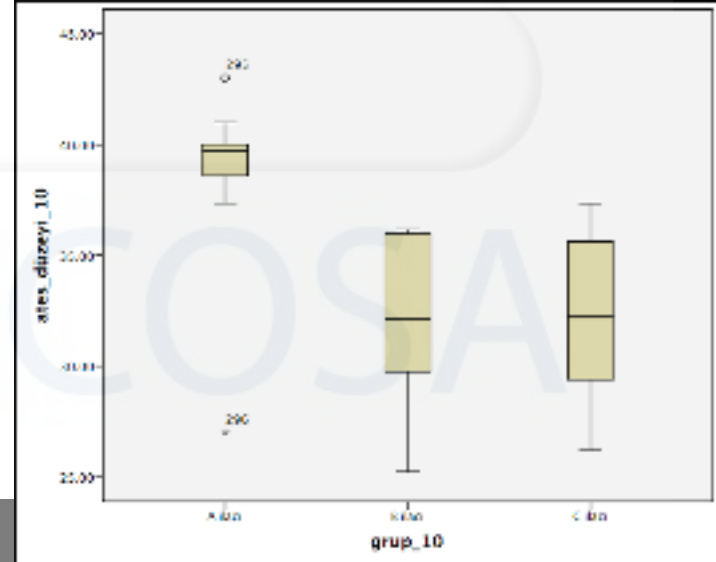
Farklılık A ilacının etkinliğinin diğer ilaçların etkinliğinden farklı olması nedeniyle ortaya çıkmıştır.

## 2. KRUSKAL-WALLİS TESTİ

Tanımlayıcı istatistikler. Medyan (25. yüzdelik – 75. yüzdelik)

	A ilacı	B ilacı	C ilacı	p-değeri
Vücut sıcaklığı	39.75 (38.29-40.25)	32.16 (29.38-35.99)	32.23 (29.1-35.67)	0.001

B ve C ilaçları arasında etkinlik açısından fark yok iken, A ilacı diğer iki ilaca göre daha az etki göstermiştir (p=0.001).



# TURCOSA

Değişkenler

Yanıt değişken(ler)i

miktar ×

Grup değişken(ler)i

ilac ×

? Yardım

↻ Sil

↻ Sıfırla

▶ Çalıştır

İstatistikler

Grafikler

Seçenekler

Testler

- Kruskal-Wallis testi
- Ortanca testi
- Van der waerden skorları

- Shapiro-Wilk normallik testi
- Levene varyans homojenliği testi

Konum Ortanca

Çoklu Karşılaştırmalar

- Siegel castellan testi
- Dunn testi

Düzeltilmiş p değeri

Bonferroni

Göster

Normallik

Copy CSV Excel PDF Print

İlac	Test ist.	p değeri	Normallik
A ilacı	0.702	0.0009	HAYIR
B ilacı	0.935	0.4963	EVET
C ilacı	0.967	0.8581	EVET

Tip

Kruskal-Wallis testi

Göster

Testler

Copy CSV Excel PDF Print

Değişken	s.d.	Test ist.	p değeri
miktar	2	13.017	0.0015

**miktar** dağılımı açısından **ilac** kategorileri arasında istatistiksel anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. Bu anlamlılık **A ilacı-B ilacı,A ilacı-C ilacı** arasındaki farklılıklardan kaynaklanmaktadır (**Dunn Test**).

Tip

Dunn testi

Göster

Çoklu karşılaştırma

Copy CSV Excel PDF Print

Karşılaştırma	Test ist.	p değeri	Düzeltilmiş p değeri	Fark
A ilacı-B ilacı	3.125	0.0009	0.0027	EVET
A ilacı-C ilacı	3.125	0.0009	0.0027	EVET
B ilacı-C ilacı	0.000	0.5000	1.0000	HAYIR



# 3. RXC Kİ-KARE TESTİ

## Varsayımlar

- Örneklem ilgili kitlelerden **rastgele seçilmiş** ve **bağımsız** olmalıdır.
- İlgili değişkenler **nitel** olmalıdır.
- İlgili değişkenlerin en az birinin kategori sayısı **2'den büyük** olmalıdır.

TURCOSA

### 3. RXC Kİ-KARE TESTİ

**Örnek:** Bir ilaç şirketi 3 adet antibiyotik ilacının etkinliğini değerlendirmek için 90 kişilik bir örneklem üzerinde çalışmıştır. Hastalar rastgele 3 gruba ayrılmış ve her hasta tek bir ilacı almış ve ilaç etkinliği iyileştirdi/iyileştirmede şeklinde ölçülmüştür. **İlaçların ateş düşürücü etkinlikleri arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?**

	İyileştirdi	İyileştirmede	
A ilacı	40	60	100
B ilacı	45	55	100
C ilacı	30	70	100

H0: İlaçların etkinlikleri arasında bir fark yoktur.

H1: İlaçların etkinlikleri arasında anlamlı bir fark vardır.

Gözlerden %20'sinin beklenen değeri 5'in altında ise **Fisher'in kesin testi** kullanılır. Aksi halde **Pearson ki-kare testi** kullanılır.

### 3. RXC Kİ-KARE TESTİ

		sonuc		Total	
		Düşürmedi	Düşürdü		
ilac	A ilacı	Count	40	60	100
		Expected Count	35.0	65.0	100.0
		% within ilac	40.0%	60.0%	100.0%
B ilacı	Count	45	55	100	
	Expected Count	35.0	65.0	100.0	
	% within ilac	45.0%	55.0%	100.0%	
C ilacı	Count	20	80	100	
	Expected Count	35.0	65.0	100.0	
	% within ilac	20.0%	80.0%	100.0%	
Total	Count	105	195	300	
	Expected Count	105.0	195.0	300.0	
	% within ilac	35.0%	65.0%	100.0%	

$$X^2 = \sum \frac{(G - B)^2}{B}$$

1.10

4.40

9.89

p < 0.001

H0 red.  
İlaçların etkinlikleri arasında anlamlı fark var

Farklılık hangi ilaçtan kaynaklanıyor?

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	15.385 <sup>a</sup>	2	.000
Likelihood Ratio	16.157	2	.000
Linear-by-Linear Association	8.762	1	.003
McNemar-Bowker Test	.	.	b
N of Valid Cases	300		

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 35.00.

b. Computed only for a PxP table, where P must be greater than 1.

### 3. RXC Kİ-KARE TESTİ

ilac \* sonuc Crosstabulation

		sonuc		Total	
		Düşürmedi	Düşürdü		
ilac	A ilacı	Count	40	60	100
		Expected Count	42.5	57.5	100.0
		% within ilac	40.0%	60.0%	100.0%
B ilacı	B ilacı	Count	45	55	100
		Expected Count	42.5	57.5	100.0
		% within ilac	45.0%	55.0%	100.0%
Total	Total	Count	85	115	200
		Expected Count	85.0	115.0	200.0
		% within ilac	42.5%	57.5%	100.0%

$p > 0.05$ .

Farklılık C ilacından kaynaklanıyor.

A ve B ilacı arasında anlamlı fark yok iken, C ilacının etkinliği bu iki ilaçtan anlamlı derecede yüksektir ( $p < 0.001$ ).

Chi-Square Tests

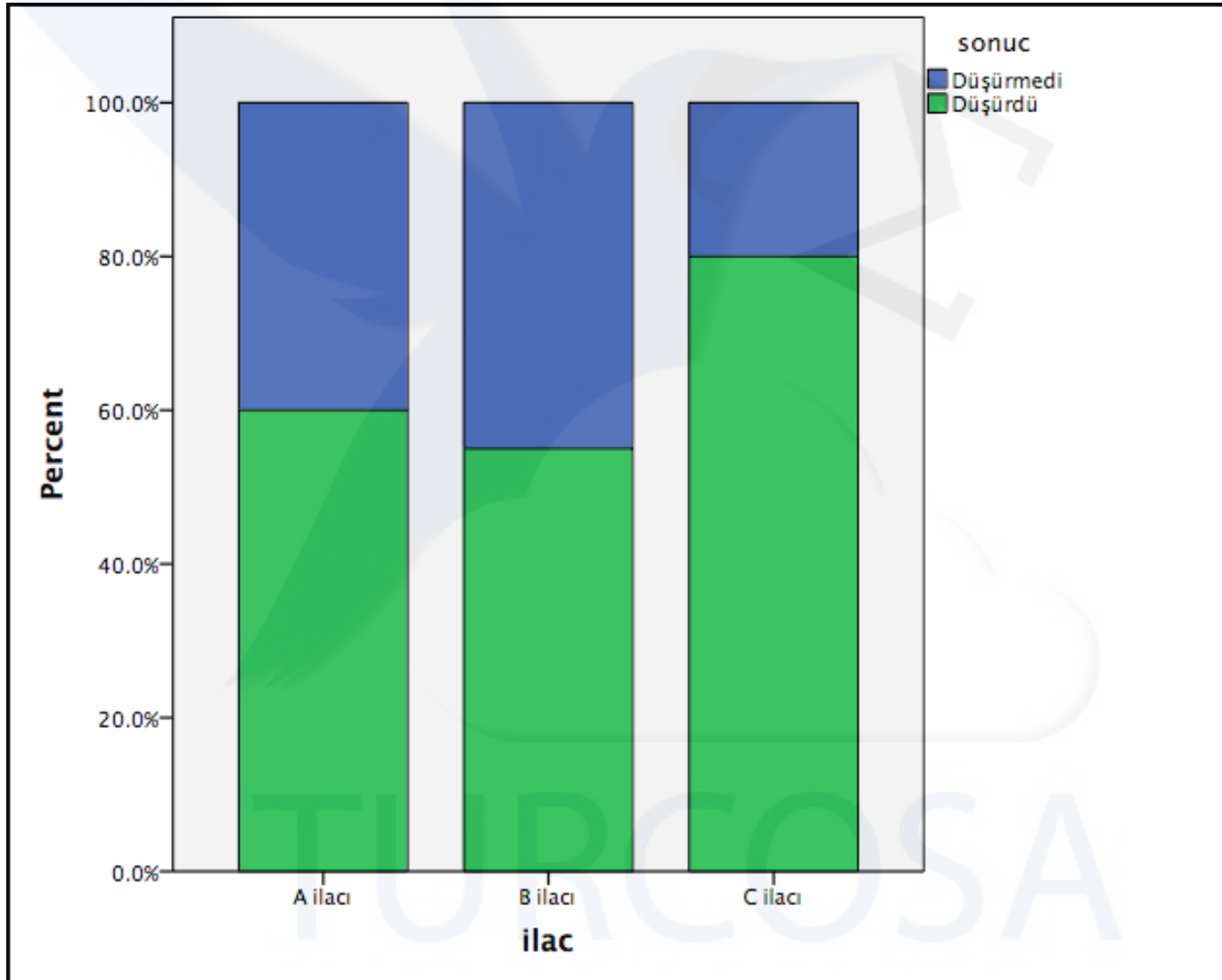
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	.512 <sup>a</sup>	1	.474		
Continuity Correction <sup>b</sup>	.327	1	.567		
Likelihood Ratio	.512	1	.474		
Fisher's Exact Test				.567	.284
Linear-by-Linear Association	.509	1	.476		
McNemar Test				.172 <sup>c</sup>	
N of Valid Cases	200				

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 42.50.

b. Computed only for a 2x2 table

c. Binomial distribution used.

### 3. RXC Kİ-KARE TESTİ



# Correlation between body mass index and faecal microbiota from children

A. Ignacio<sup>1</sup>, M. R. Fernandes<sup>1</sup>, V. A. A. Rodrigues<sup>1</sup>, F. C. Groppo<sup>2</sup>, A. L. Cardoso<sup>3</sup>, M. J. Avila-Campos<sup>1</sup> and V. Nakano<sup>1</sup>

1) Anaerobe Laboratory, Department of Microbiology, Institute of Biomedical Science, University of Sao Paulo, Sao Paulo, 2) Campinas State University, Campinas and 3) Institute of Children, Faculty of Medicine, University of Sao Paulo, Sao Paulo, SP, Brazil

## Statistical analyses

The clinical parameters were analysed by Kruskal–Wallis (Dunn), analysis of variance (Tukey) and chi-square tests. A comparison of quantitative bacterial detection among lean, overweight and obese children was performed with Kruskal–Wallis test. Possible correlations between BMI and quantitative bacterial detection were evaluated by Spearman's test ( $r$ ). Taking into account possible confounders like age and gender, a model to identify bacteria whose presence was closely related with BMI was obtained using multiple linear regressions. Variables included in the model were: concentrations of all bacteria (values in  $\log_{10}$ ), age and gender. A further logistic regression method based on the three weight categories (lean = 1; overweight = 2; obese = 3) was performed. Overweight and obese



**TABLE 2. Demographic parameters obtained from the evaluated children**

Parameters	Obese (n = 30)	Overweight (n = 24)	Lean (n = 30)	p value
Age (years), mean $\pm$ SD <sup>a</sup>	8.5 $\pm$ 2.6 <sup>a</sup>	8 $\pm$ 2 <sup>a</sup>	6.1 $\pm$ 2.4	0.008 <sup>c</sup>
Gender (male:female)	19:11	14:10	13:17	0.273 <sup>d</sup>
BMI <sup>b</sup> (kg/m <sup>2</sup> ), mean $\pm$ SD	27.12 $\pm$ 5.9 <sup>a,b</sup>	19.67 $\pm$ 1.62 <sup>a</sup>	16.06 $\pm$ 1.18	<0.001 <sup>c</sup>
BMI (z-score), mean $\pm$ SD	3.5 $\pm$ 1.6 <sup>a,b</sup>	1.68 $\pm$ 0.33 <sup>a</sup>	0.19 $\pm$ 0.72	<0.0001 <sup>c</sup>
Birth weight (kg), mean $\pm$ SD	3.3 $\pm$ 0.7	3.15 $\pm$ 0.56	3.14 $\pm$ 0.68	0.632 <sup>c</sup>
Birth length (cm), mean $\pm$ SD	48.3 $\pm$ 3.4	47.3 $\pm$ 3.2	46.2 $\pm$ 5.8	0.253 <sup>c</sup>
Birth-delivery mode, (caesarean:vaginal delivery)	20:10	14:10	18:12	0.792 <sup>d</sup>

Abbreviations: BMI, body mass index; SD, standard deviation.

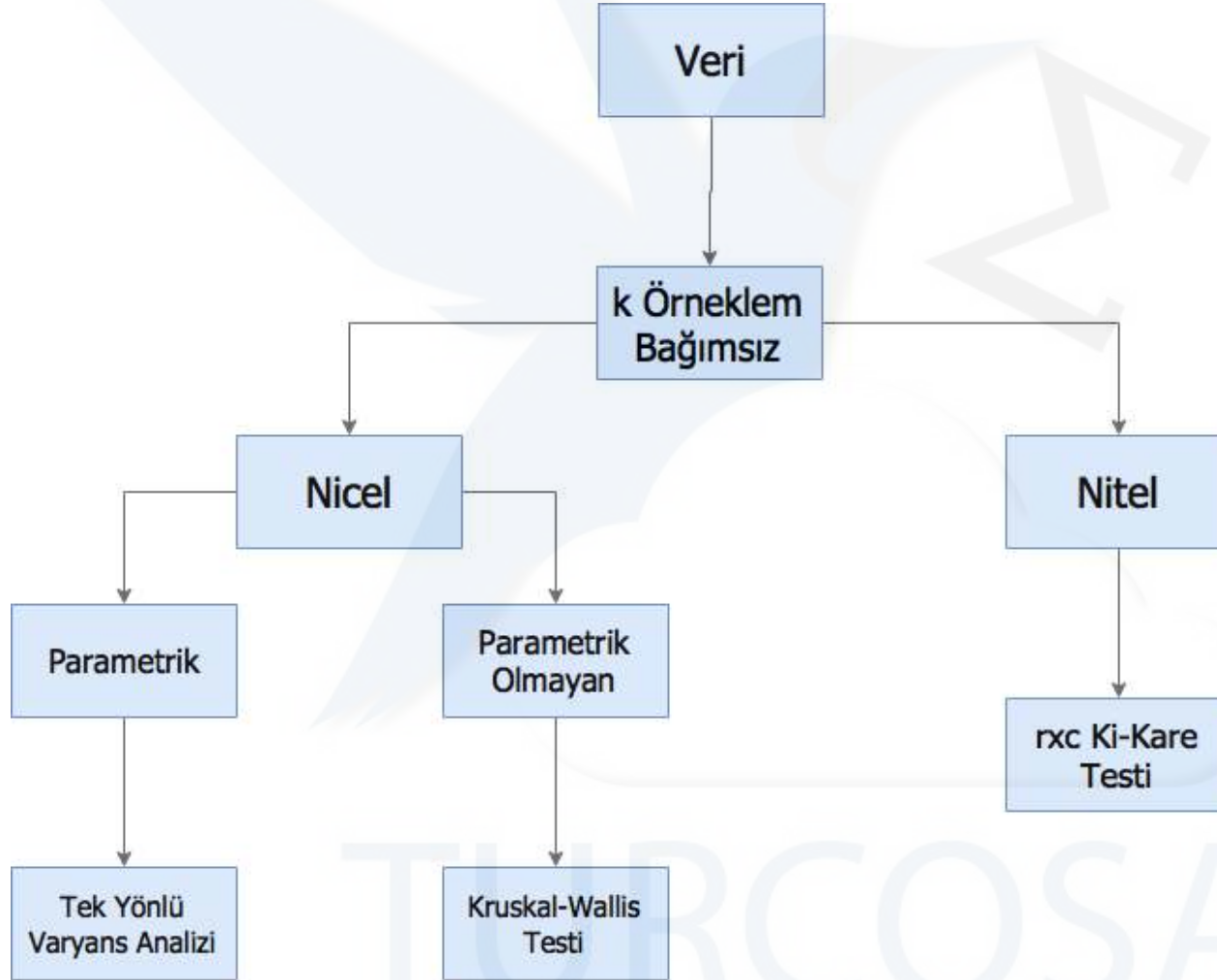
<sup>a</sup>Overweight and obese  $\neq$  lean.

<sup>b</sup>Obese  $\neq$  overweight;

<sup>c</sup>Analysis of variance and Tukey's test.

<sup>d</sup>Chi-square test.

# ÖZET







**SORULAR?**

TURCOSA